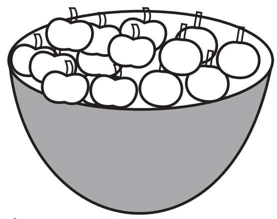
अध्याय

7

राशियों की तुलना

0853CH08

7.1 अनुपात एवं प्रतिशत का स्मरण



हम जानते हैं कि अनुपात का अर्थ है दो मात्राओं की तुलना करना।

एक टोकरी में दो प्रकार के फल हैं, मान लीजिए इनमें 20 सेब और 5 संतरे हैं।

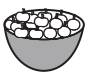
तो, संतरों की संख्या का सेबों की संख्या से अनुपात = 5 : 20 है।

यह तुलना भिन्नों की सहायता से $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ के रूप में भी की जा सकती है।

संतरों की संख्या सेबों की संख्या का $\frac{1}{4}$ है। अनुपात के रूप में यह 1 : 4 है और इसे '4 की तुलना में 1 है' पढ़ा जाता है। अथवा

संतरों की तुलना में सेबों की संख्या = $\frac{20}{5} = \frac{4}{1}$ है, जिसका अर्थ है कि संतरों की तुलना में सेबों की संख्या 4 गुना है। यह तुलना प्रतिशत के उपयोग से भी की जा सकती है।

25 फलों में 5 संतरे हैं। इसलिए संतरों का प्रतिशत $\frac{5}{25} \times \frac{4}{4} = \frac{20}{100} = 20\%$ है। (हर को 100 बनाया गया है)	अथवा	ऐकिक विधि से : 25 फलों में संतरों की संख्या 5 है, इसलिए, 100 फलों में संतरों की संख्या $= \frac{5}{25} \times 100 = 20\%$ है।

क्योंकि  में केवल सेब और संतरे हैं,

इसलिए, सेबों का प्रतिशत + संतरों का प्रतिशत = 100

अथवा सेबों का प्रतिशत + 20 = 100

अथवा सेबों का प्रतिशत = 100 – 20 = 80

अत: टोकरी में 20% संतरे और 80% सेब हैं।

उदाहरण 1 : किसी विद्यालय में कक्षा VII के लिए पिकनिक की योजना बनाई जा रही है। विद्यार्थियों की कुल संख्या का 60% लड़कियाँ हैं और इनकी संख्या 18 है। पिकनिक का स्थान विद्यालय से 55 km दूर है और परिवहन कंपनी ₹ 12 प्रति km की दर से किराया लेती है। अल्पाहार (जलपान) का कुल खर्च ₹ 4280 होगा।

Rationalised 2023-24

क्या आप बता सकते हैं :

1. कक्षा में लड़कियों की संख्या का लड़कों की संख्या से अनुपात?
2. यदि दो अध्यापक भी कक्षा के साथ पिकनिक पर जा रहे हैं तो प्रति व्यक्ति खर्च?
3. यदि उनका पहला स्टॉप विद्यालय से 22 km की दूरी पर है तो वह कुल 55 km की दूरी का कितने प्रतिशत है? कितने प्रतिशत दूरी तय करना शेष है?

हल :

1. लड़कियों की संख्या का लड़कों की संख्या से अनुपात ज्ञात करने के लिए, आशिमा और जॉन ने निम्नलिखित विधियाँ प्रयोग कीं। उन्हें लड़कों की संख्या और कुल विद्यार्थियों की संख्या जानने की आवश्यकता थी।

आशिमा ने निम्नलिखित विधि का उपयोग किया :

मान लीजिए कुल विद्यार्थियों की संख्या x है, जिसमें 60% लड़कियाँ हैं।

इसलिए x का 60% = 18

या $\frac{60}{100} \times x = 18$

अर्थात् $x = \frac{18 \times 100}{60} = 30$

विद्यार्थियों की कुल संख्या = 30

जॉन ने ऐकिक विधि का उपयोग किया :

100 विद्यार्थियों में से 60 लड़कियाँ हैं।

इसलिए $\frac{100}{60}$ विद्यार्थियों में एक लड़की है।

इसलिए कितने विद्यार्थियों में 18 लड़कियाँ होंगी?

विद्यार्थियों की संख्या $= \frac{100}{60} \times 18 = 30$

इसलिए, लड़कों की संख्या = 30 – 18 = 12 है। अतः लड़कियों की संख्या का लड़कों की संख्या से 18 : 12 अथवा $\frac{18}{12} = \frac{3}{2}$ का अनुपात है। $\frac{3}{2}$ को 3 : 2 के रूप में लिखा जाता है और 2 की तुलना में 3 पढ़ा जाता है।

2. प्रति व्यक्ति खर्च ज्ञात करने के लिए :

यातायात खर्च = दोनों तरफ़ की दूरी × दर
= (55 × 2) × ₹ 12
= 110 × 12 = ₹ 1320

कुल खर्च = अल्पाहार खर्च + यातायात खर्च
= ₹ 4280 + ₹ 1320
= ₹ 5600

कुल व्यक्ति = 18 लड़कियाँ + 12 लड़के + 2 अध्यापक
= 32 व्यक्ति

आशिमा और जॉन ने प्रति व्यक्ति खर्च ज्ञात करने के लिए ऐकिक विधि का उपयोग किया। 32 व्यक्तियों के लिए खर्च किए जाने वाली राशि ₹ 5600 होगी।

इसलिए 1 व्यक्ति के लिए खर्च की जाने वाली राशि = ₹ $\frac{5600}{32}$ = ₹ 175

© NCERT not to be republished

3. प्रथम स्टॉप की दूरी = 22 km

दूरी का प्रतिशत ज्ञात करने के लिए :

आशिमा ने यह विधि उपयोग की :

$$\frac{22}{55} = \frac{22}{55} \times \frac{100}{100} = 40\%$$

(वह अनुपात को $\frac{100}{100} = 1$ से गुणा कर रही है और प्रतिशत में बदल रही है)

जॉन ने ऐकिक विधि उपयोग की :

55 km में से 22 km दूरी तय की जा चुकी है।

1 km में से $\frac{22}{55}$ km दूरी तय की गई है।

100 km में से $\frac{22}{55} \times 100$ km दूरी तय की गई है। अर्थात् 40% दूरी तय की गई है।

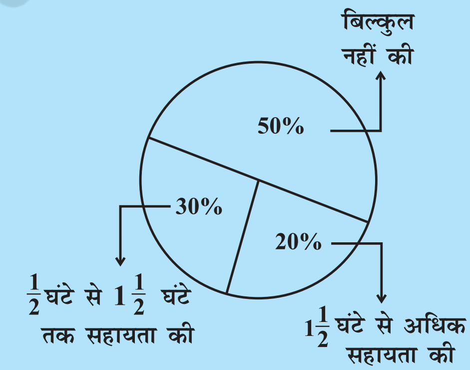
दोनों का उत्तर एक जैसा पाया गया और उनका उत्तर इस प्रकार है :

रुकने वाले स्थान की विद्यालय से दूरी कुल तय की जाने वाली दूरी का 40% था।

इसलिए, तय की जाने वाली शेष दूरी का प्रतिशत = 100% – 40% = 60%

प्रयास कीजिए

एक प्राथमिक विद्यालय में अभिभावकों से पूछा गया कि वे अपने बच्चों के गृहकार्य में सहायता करने के लिए प्रतिदिन कितने घंटे व्यतीत करते हैं। 90 अभिभावकों ने $\frac{1}{2}$ घंटे से $1\frac{1}{2}$ घंटे तक सहायता की। जितने समय के लिए अभिभावकों ने अपने बच्चों की सहायता करना बताया उसके अनुसार अभिभावकों का वितरण संलग्न आकृति में दिखाया गया है जो इस प्रकार है : 20% ने प्रतिदिन $1\frac{1}{2}$ घंटे से अधिक सहायता की, 30% ने $\frac{1}{2}$ घंटे से $1\frac{1}{2}$ घंटे तक सहायता की, 50% ने बिल्कुल सहायता नहीं की।



इसके आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) कितने अभिभावकों का सर्वे किया गया?

(ii) कितने अभिभावकों ने कहा कि उन्होंने सहायता नहीं की?

(iii) कितने अभिभावकों ने कहा कि उन्होंने $1\frac{1}{2}$ घंटे से अधिक सहायता की?

प्रश्नावली 7.1

1. निम्नलिखित का अनुपात ज्ञात कीजिए :

(a) एक साइकिल की 15 km प्रतिघंटे की गति का एक स्कूटर की 30 km प्रतिघंटे की गति से।

(b) 5 m का 10 km से (c) 50 पैसे का ₹ 5 से

2. निम्नलिखित अनुपातों को प्रतिशत में परिवर्तित कीजिए : (a) 3 : 4 (b) 2 : 3

3. 25 विद्यार्थियों में से 72% विद्यार्थी गणित में रुचि रखते हैं। कितने प्रतिशत विद्यार्थी गणित में रुचि नहीं रखते हैं?

4. एक फुटबॉल टीम ने कुल जितने मैच खेले उनमें से 10 में जीत हासिल की। यदि उनकी जीत का प्रतिशत 40 था तो उस टीम ने कुल कितने मैच खेले?

© NCERT not to be republished

5. यदि चमेली के पास अपने धन का 75% खर्च करने के बाद ₹ 600 बचे तो ज्ञात कीजिए कि उसके पास शुरू में कितने ₹ थे?

6. यदि किसी शहर में 60% व्यक्ति क्रिकेट पसंद करते हैं, 30% फुटबाल पसंद करते हैं और शेष अन्य खेल पसंद करते हैं, तो ज्ञात कीजिए कि कितने प्रतिशत व्यक्ति अन्य खेल पसंद करते हैं? यदि कुल व्यक्ति 50 लाख हैं तो प्रत्येक प्रकार के खेल को पसंद करने वाले व्यक्तियों की यथार्थ संख्या ज्ञात कीजिए।

7.2 बट्टा ज्ञात करना

किसी वस्तु के अंकित मूल्य में दी जाने वाली छूट को **बट्टा** कहते हैं। यह सामान्यत: ग्राहकों को खरीदारी के लिए आकर्षित करने के लिए अथवा सामान की बिक्री में वृद्धि करने के लिए दिया जाता है। आप अंकित मूल्य में से विक्रय मूल्य को घटाकर बट्टा ज्ञात कर सकते हैं। इसलिए, बट्टा = अंकित मूल्य – विक्रय मूल्य

उदाहरण 2 : ₹ 840 अंकित मूल्य वाली एक वस्तु ₹ 714 में बेची जाती है। बट्टा और बट्टा प्रतिशत कितना है?

हल : बट्टा = अंकित मूल्य – विक्रय मूल्य

= ₹ 840 – ₹ 714 = ₹ 126

क्योंकि बट्टा अंकित मूल्य पर है इसलिए हमें अंकित मूल्य को आधार मानना पड़ेगा।

₹ 840 अंकित मूल्य पर ₹ 126 बट्टा है,

तो ₹ 100 अंकित मूल्य पर कितना बट्टा होगा?

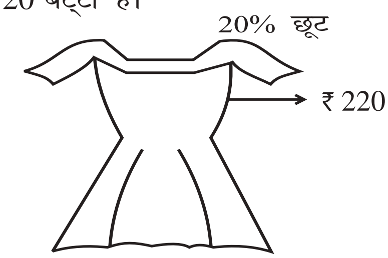
बट्टा $= \frac{126}{840} \times 100\,\% = 15\%$

यदि बट्टा प्रतिशत दिया हुआ है तो आप बट्टा भी ज्ञात कर सकते हैं।

उदाहरण 3 : एक फ्रॉक का सूची मूल्य ₹ 220 है। सेल में 20% बट्टे की घोषणा की जाती है। इस फ्राक पर बट्टे की राशि क्या है और इसका विक्रय मूल्य क्या है?

हल : अंकित मूल्य और सूची मूल्य समान होते हैं।

20% बट्टे का अर्थ है कि ₹ 100 अंकित मूल्य पर ₹ 20 बट्टा है।



ऐकिक विधि से ₹ 1 पर ₹ $\frac{20}{100}$ का बट्टा होगा।

₹ 220 पर बट्टा $= \frac{20}{100} \times$ ₹ 220 = ₹ 44

विक्रय मूल्य = (₹ 220 – ₹ 44) अथवा ₹ 176

रेहाना ने इस समस्या को इस प्रकार हल किया :

20% बट्टे का अर्थ है कि ₹ 100 अंकित मूल्य पर ₹ 20 का बट्टा है। अत: विक्रय मूल्य ₹ 80 है। ऐकिक विधि के उपयोग से,

जब अंकित मूल्य ₹ 100 है तो विक्रय मूल्य = ₹ 80

© NCERT not to be republished

जब अंकित मूल्य ₹ 1 है तो विक्रय मूल्य $= ₹\ \frac{80}{100}$

अतः जब अंकित मूल्य ₹ 220 है तो विक्रय मूल्य $= \frac{80}{100} \times ₹\ 220 = ₹\ 176$

प्रयास कीजिए

1. एक दुकान 20% बट्टा देती है। निम्नलिखित में से प्रत्येक का विक्रय मूल्य क्या होगा?
   (a) ₹ 120 अंकित मूल्य वाली एक पोशाक।
   (b) ₹ 750 अंकित मूल्य वाले एक जोड़ी जूते।
   (c) ₹ 250 अंकित मूल्य वाला एक थैला।
2. ₹ 15000 अंकित मूल्य वाली एक मेज ₹ 14,400 में उपलब्ध है। बट्टा और बट्टा प्रतिशत ज्ञात कीजिए।
3. एक अलमारी 5% बट्टे पर ₹ 5225 में बेची जाती है। अलमारी का अंकित मूल्य ज्ञात कीजिए।

7.2.1 प्रतिशत में आकलन

एक दुकान पर आपका बिल ₹ 577.80 है और दुकानदार 15% बट्टा भी प्रदान करता है। आप भुगतान की जाने वाली राशि का आकलन कैसे करेंगे?

(i) बिल को ₹ 577.80 की निकटतम दहाई में पूर्णांकित कीजिए अर्थात् ₹ 580।

(ii) इसका 10% ज्ञात कीजिए, अर्थात् $\frac{10}{100} \times ₹\ 580 = ₹\ 58$

(iii) इसका आधा लीजिए, अर्थात्, $\frac{1}{2} \times 58 = ₹\ 29$

(iv) (ii) और (iii) की राशियों को जोड़िए। जोड़ने पर ₹ 87 प्राप्त होते हैं।
इसलिए आप अपने बिल की राशि को ₹ 87 अथवा ₹ 85 कम कर सकते हैं। इस प्रकार बिल की राशि का सन्निकट मान ₹ 495 होगा।

1. इसी बिल राशि का 20% बट्टे से आकलन करने का प्रयास कीजिए।
2. ₹ 375 का 15% ज्ञात करने का प्रयास कीजिए।

7.3 बिक्री कर / Value Added Tax (वैट) / माल और सेवा कर (Goods and Services Tax)

अध्यापक ने कक्षा में एक बिल दिखाया जिसमें निम्नलिखित शीर्षक लिखे हुए थे :

बिल संख्या			दिनांक	
मेनू				
क्र. सं.	वस्तु	मात्रा	दर	राशि
		बिल राशि + बिक्री कर (5%)		
	कुल योग			

© NCERT not to be republished

किसी वस्तु की बिक्री पर बिक्री कर **Sales Tax** या **ST** सरकार द्वारा वसूला जाता है। यह दुकानदार द्वारा ग्राहक से लिया जाता है और सरकार को दिया जाता है। इसलिए यह हमेशा वस्तु के विक्रय मूल्य पर लगता है और बिल की राशि में जोड़ दिया जाता है। एक अन्य प्रकार का कर है जो वस्तु के मूल्य में **(Value Added Tax)** वैल्यू एडेड कर **(VAT)** के नाम से जुड़ता है।

1 जुलाई 2017 से, भारत सरकार ने जी.एस.टी. **(GST)** लागू किया है, जो माल और सेवा कर का संक्षिप्त रूप है। यह कर माल की आपूर्ति या सेवा या दोनों पर लगाया जाता है।

उदाहरण 4 : (बिक्री कर ज्ञात करना) किसी दुकान पर एक जोड़ी रोलर स्केट्स (पहियों पर घूमने वाला जूता) का मूल्य ₹ 450 था। वसूले गए बिक्री कर की दर 5% थी। बिल की देय राशि ज्ञात कीजिए।

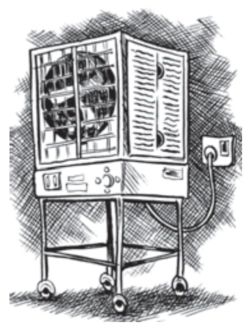
हल : ₹ 100 पर भुगतान किया गया कर ₹ 5 था।

₹ 450 पर भुगतान किए जाने वाला कर होगा $\frac{5}{100} \times$ ₹ 450 = ₹ 22.50

बिल की देय राशि = क्रय मूल्य + बिक्री कर

= ₹ 450 + ₹ 22.50 = ₹ 472.50

उदाहरण 5 : वैट **(Value Added Tax (VAT))** वहीदा ने एक कूलर 10% कर सहित ₹ 3300 में खरीदा। वैट के जुड़ने से पहले का कूलर का मूल्य ज्ञात कीजिए।



हल : मूल्य में वैट भी शामिल है।

अतः 10% वैट का अर्थ है कि यदि वैट रहित मूल्य ₹ 100 है तो वैट सहित मूल्य ₹ 110 है।

अब यदि वैट सहित मूल्य ₹ 110 है तो वास्तविक मूल्य ₹ 100 है।

अतः जब कर सहित मूल्य ₹ 3300 है तो वास्तविक मूल्य = $\frac{100}{110} \times$ ₹ 3300 = ₹ 3000

उदाहरण 6 : सलीम ने एक वस्तु ₹ 784 में खरीदी जिसमें 12% जी.एस.टी. सम्मिलित था। जी.एस.टी. जोड़ने से पहले वस्तु का मुल्य क्या था?

हल : मान लीजिए कि वस्तु का प्रारंभिक मूल्य ₹ 100 है। जी.एस.टी. = 12%। जी.एस.टी. सम्मिलित करने पर मूल्य = ₹ (100 + 12) = ₹ 112। जब बिक्री मूल्य ₹ 112 है तो प्रारंभिक मूल्य = ₹ 100 है।

अतः जब विक्रय मूल्य ₹ 784 है, तो प्रारंभिक मूल्य = ₹ $\frac{100}{112} \times 784$ = ₹ 700

सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए

1. किसी संख्या को दुगुना करने पर उस संख्या में 100% वृद्धि होती है। यदि हम उस संख्या को आधा कर दें तो कितना प्रतिशत ह्रास होगा?
2. ₹ 2400 की तुलना में ₹ 2000 कितना प्रतिशत कम है? क्या यह प्रतिशत उतना ही है, जितना ₹ 2000 की तुलना में ₹ 2400 अधिक है?

© NCERT not to be republished

प्रश्नावली 7.2

1. सेल के दौरान एक दुकान सभी वस्तुओं के अंकित मूल्य पर 10% बट्टा देती है। ₹ 1450 अंकित मूल्य वाला एक जीन्स और दो कमीजें, जिनमें से प्रत्येक का अंकित मूल्य ₹ 850 है, को खरीदने के लिए किसी ग्राहक को कितना भुगतान करना पड़ेगा?
2. एक टेलीविज़न का मूल्य ₹ 13,000 है। इस पर 12% की दर से बिक्री कर वसूला जाता है। यदि विनोद इस टेलीविज़न को खरीदता है तो उसके द्वारा भुगतान की जाने वाली राशि ज्ञात कीजिए।
3. अरुण एक जोड़ी स्केट्स (पहियेदार जूते) किसी सेल से खरीदकर लाया जिस पर दिए गए बट्टे की दर 20% थी। यदि उसके द्वारा भुगतान की गई राशि ₹ 1600 है तो अंकित मूल्य ज्ञात कीजिए।

4. मैंने एक हेयर ड्रायर 8% वैट सहित ₹ 5400 में खरीदा। वैट को जोड़ने से पहले का उसका मूल्य ज्ञात कीजिए।
5. कोई वस्तु 18% जी.एस.टी. सम्मिलित करने के बाद ₹ 1239 में खरीदी गई। जी.एस.टी. जोड़ने से पहले का उस वस्तु का मूल्य ज्ञात कीजिए।

7.4 चक्रवृद्धि ब्याज

शायद आपको इस प्रकार के कथन मिले होंगे 'बैंक में FD (सावधि जमा) पर एक वर्ष का ब्याज 9% वार्षिक की दर से' या 'बचत खाते पर ब्याज की दर 5% वार्षिक'।

> बैंक अथवा डाकघर जैसी संस्थाओं के पास जमा किए गए धन पर इन संस्थाओं द्वारा भुगतान किया गया अतिरिक्त धन **ब्याज** कहलाता है। जब व्यक्ति धन उधार लेते हैं तो उनके द्वारा भी ब्याज का भुगतान किया जाता है। हम **साधारण ब्याज** का परिकलन करना पहले से ही जानते हैं।

उदाहरण 7 : ₹ 10,000 की राशि 15% वार्षिक ब्याज दर पर 2 वर्ष के लिए उधार ली जाती है। इस राशि पर साधारण ब्याज और 2 वर्ष के अंत में भुगतान की जाने वाली राशि ज्ञात कीजिए।

हल : ₹ 100 पर 1 वर्ष के लिए देय ब्याज ₹ 15 है।

इसलिए 10,000 का 1 वर्ष का ब्याज $= \frac{15}{100} \times 10000 =$ ₹ 1500

2 वर्ष का ब्याज = ₹ 1500 × 2 = ₹ 3000

2 वर्ष के अंत में भुगतान की जाने वाली राशि = मूलधन + ब्याज

= ₹ 10000 + ₹ 3000 = ₹ 13000

प्रयास कीजिए

5% वार्षिक दर से ₹ 15000 का 2 वर्ष के अंत में ब्याज और भुगतान की जाने वाली कुल राशि ज्ञात कीजिए।

© NCERT not to be republished

मेरे पिताजी ने कुछ धन 3 वर्ष के लिए डाकघर में जमा करा रखा है। प्रत्येक वर्ष धन की वृद्धि पिछले वर्ष की तुलना में अधिक होती है।

हमारे पास बैंक में कुछ धन है। प्रतिवर्ष कुछ ब्याज इस धन में जुड़ जाता है जिसे पासबुक में दर्शाया जाता है। जुड़ने वाला यह ब्याज हर वर्ष एक समान नहीं है, प्रत्येक वर्ष इसमें वृद्धि होती है।

सामान्यत: लिया जाने वाला अथवा भुगतान किए जाने वाला ब्याज कभी साधारण नहीं होता है। ब्याज का परिकलन पिछले वर्ष की राशि पर किया जाता है। इसे ब्याज का संयोजन अथवा **चक्रवृद्धि ब्याज** (C.I.) कहा जाता है।

आइए, हम एक उदाहरण पर चर्चा करते हैं और प्रत्येक वर्ष का अलग-अलग ब्याज ज्ञात करते हैं। प्रत्येक वर्ष हमारी जमा राशि अथवा मूलधन परिवर्तित होता है।

© NCERT not to be republished

चक्रवृद्धि ब्याज का परिकलन

8% ब्याज की दर से हिना 2 वर्ष के लिए ₹ 20, 000 उधार लेती है जबकि ब्याज वार्षिक संयोजित होता है। 2 वर्ष के अंत में चक्रवृद्धि ब्याज एवं उसके द्वारा भुगतान की जाने वाली राशि ज्ञात कीजिए।

असलम ने अध्यापक से पूछा कि क्या इसका अर्थ यह है कि उन्हें प्रत्येक वर्ष का ब्याज अलग-अलग ज्ञात करना चाहिए। अध्यापक ने कहा 'हाँ' और उसे निम्नलिखित चरणों का उपयोग करने के लिए सुझाव दिया :

1. एक वर्ष का साधारण ब्याज ज्ञात कीजिए मान लीजिए प्रथम वर्ष का मूलधन P_1 है।

   यहाँ, P_1 = ₹ 20,000

   SI_1 = 8% वार्षिक दर से प्रथम वर्ष का साधारण ब्याज

   $= ₹\ \dfrac{20000 \times 8}{100} = ₹\ 1600$

2. तत्पश्चात् भुगतान की जाने वाली अथवा प्राप्त की जाने वाली राशि ज्ञात कीजिए। यह दूसरे वर्ष के लिए मूलधन बन जाता है।

   प्रथम वर्ष के अंत में राशि $= P_1 + SI_1$ = ₹ 20000 + ₹ 1600

   = ₹ 21600 = P_2 (दूसरे वर्ष का मूलधन)

3. इस राशि पर दूसरे वर्ष का ब्याज ज्ञात कीजिए।

   SI_2 = 8% वार्षिक दर से दूसरे वर्ष का साधारण ब्याज

   $= ₹\ \dfrac{21600 \times 8}{100} = ₹\ 1728$

4. दूसरे वर्ष के अंत में भुगतान की जाने वाली अथवा प्राप्त की जाने वाली राशि ज्ञात कीजिए।

$$\text{दूसरे वर्ष के अंत में राशि} = P_2 + SI_2$$
$$= ₹\ 21600 + ₹\ 1728$$
$$= ₹\ 23328$$
$$\text{कुल देय ब्याज} = ₹\ 1600 + ₹\ 1728$$
$$= ₹\ 3328$$

रीता ने पूछा कि क्या ब्याज की राशि साधारण ब्याज के लिए भिन्न होगी। अध्यापक ने उसे 2 वर्ष का साधारण ब्याज निकालने के लिए और स्वयं अंतर महसूस करने के लिए सुझाव दिया।

$$\text{2 वर्ष का साधारण ब्याज} = ₹\ \frac{20000 \times 8 \times 2}{100} = ₹\ 3200$$

रीता ने कहा कि चक्रवृद्धि ब्याज के कारण हिना को ₹ 128 का अधिक भुगतान करना पड़ेगा।

आइए, अब हम साधारण ब्याज और चक्रवृद्धि ब्याज में अंतर देखते हैं। ₹ 100 से शुरू करते हैं। चार्ट को पूरा करने का प्रयास कीजिए :

		साधारण ब्याज के अंतर्गत	**चक्रवृद्धि ब्याज के अंतर्गत**
प्रथम वर्ष	मूलधन	₹ 100.00	₹ 100.00
	10% की दर से ब्याज	₹ 10.00	₹ 10.00
	वर्ष के अंत में राशि	₹ 110.00	₹ 110.00
द्वितीय वर्ष	मूलधन	₹ 100.00	₹ 110.00
	10% की दर से ब्याज	₹ 10.00	₹ 11.00
	वर्ष के अंत में राशि	₹ (110 + 10) = ₹120.00	₹ 121.00
तृतीय वर्ष	मूलधन	₹ 100.00	₹ 121.00
	10% की दर से ब्याज	₹ 10.00	₹ 12.10
	वर्ष के अंत में राशि	₹ (120 + 10) = ₹ 130.00	₹ 133.10

इसका अर्थ यह हुआ कि आप उस समय तक जमा ब्याज पर ब्याज देते हैं।

ध्यान दीजिए कि 3 वर्ष में,

$$\text{साधारण ब्याज से प्राप्त ब्याज} = ₹\ (130 - 100) = ₹\ 30$$
$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज से प्राप्त ब्याज} = ₹\ (133.10 - 100) = ₹\ 33.10$$

यह भी ध्यान दीजिए कि साधारण ब्याज के अंतर्गत प्रत्येक वर्ष मूलधन समान रहता है जबकि चक्रवृद्धि ब्याज के अंतर्गत यह प्रत्येक वर्ष के बाद बदलता जाता है।

© NCERT not to be republished

7.5 चक्रवृद्धि ब्याज के लिए सूत्र का निगमन करना

जुबेदा ने अपने अध्यापक से पूछा, 'क्या चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात करने की कोई सरल विधि है?' अध्यापक ने कहा, 'चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात करने की एक संक्षिप्त विधि है। आइए, इसे ज्ञात करने का प्रयास करते हैं।'

मान लीजिए R% वार्षिक ब्याज की दर से मूलधन P_1 पर ब्याज वार्षिक संयोजित होता है। मान लीजिए P_1 = ₹ 5000 और R = 5 वार्षिक, तब उपर्युक्त चरणों की सहायता से :

1. $SI_1 = ₹\ \frac{5000 \times 5 \times 1}{100}$ अथवा $SI_1 = ₹\ \frac{P_1 \times R \times 1}{100}$

इसलिए, $A_1 = 5000 + ₹\ \frac{5000 \times 5 \times 1}{100}$ अथवा $A_1 = P_1 + SI_1 = P_1 + \frac{P_1 R}{100}$

$= 5000\left(1+\frac{5}{100}\right) = ₹\ P_2$ $\qquad = P_1\left(1+\frac{R}{100}\right) = P_2$

2. $SI_2 = 5000\left(1+\frac{5}{100}\right) \times ₹\ \frac{5 \times 1}{100}$ अथवा $SI_2 = \frac{P_2 \times R \times 1}{100}$

$= ₹\ \frac{5000 \times 5}{100}\left(1+\frac{5}{100}\right)$ $\qquad = P_1\left(1+\frac{R}{100}\right) \times \frac{R}{100}$

$= \frac{P_1 R}{100}\left(1+\frac{R}{100}\right)$

$A_2 = 5000\left(1+\frac{5}{100}\right)$ $\qquad A_2 = P_2 + SI_2$

$+ ₹\ \frac{5000 \times 5}{100}\left(1+\frac{5}{100}\right)$ $\qquad = P_1\left(1+\frac{R}{100}\right) + P_1\frac{R}{100}\left(1+\frac{R}{100}\right)$

$= ₹\ 5000\left(1+\frac{5}{100}\right)\left(1+\frac{5}{100}\right)$ $\qquad = P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)\left(1+\frac{R}{100}\right)$

$= ₹\ 5000\left(1+\frac{5}{100}\right)^2 = P_3$ $\qquad = P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)^2 = P_3$

इसी प्रकार आगे बढ़ते हुए n वर्ष के अंत में कुल राशि

$A_n = P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$ होगी।

© NCERT not to be republished

अथवा हम कह सकते हैं कि $A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

जुबेदा ने कहा लेकिन इसका उपयोग करते हुए हम केवल n वर्ष के अंत में देय कुल राशि का सूत्र प्राप्त करते हैं, न कि चक्रवृद्धि ब्याज का सूत्र। अरुणा ने तुरंत कहा कि हम जानते हैं :

चक्रवृद्धि ब्याज = कुल राशि – मूलधन

अर्थात् $CI = A - P$, इसलिए हम चक्रवृद्धि ब्याज भी आसानी से ज्ञात कर सकते हैं।

उदाहरण 8 : ₹ 12,600 का 2 वर्ष के लिए 10% वार्षिक दर से चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए जबकि ब्याज वार्षिक संयोजित होता है।

हल : हमें प्राप्त है, $A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

यहाँ मूलधन (P) = ₹ 12600, दर (R) = ₹ 10

वर्षों की संख्या (n) = 2A = ₹ $12600\left(1+\frac{10}{100}\right)^2$ = ₹ $12600\left(\frac{11}{10}\right)^2$

= ₹ $12600 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10}$ = ₹ 15246

चक्रवृद्धि ब्याज (CI) = A – P = ₹ 15246 – ₹ 12600 = ₹ 2646

प्रयास कीजिए

1. ₹ 8000 का 2 वर्ष के लिए 5% वार्षिक दर से चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए यदि ब्याज वार्षिक संयोजित होता है।

7.6 चक्रवृद्धि ब्याज के सूत्र के अनुप्रयोग

कुछ ऐसी स्थितियाँ हैं जहाँ पर हम चक्रवृद्धि ब्याज के कुल राशि ज्ञात करने के सूत्र का उपयोग कर सकते हैं। इनमें से कुछ निम्नलिखित हैं :

(i) जनसंख्या में वृद्धि (अथवा ह्रास)

(ii) यदि बैक्टीरिया वृद्धि की दर ज्ञात है तो उनकी कुल वृद्धि ज्ञात करना।

(iii) किसी वस्तु का मान ज्ञात करना यदि मध्यवर्ती वर्षों में इसके मूल्य में वृद्धि अथवा कमी होती है।

उदाहरण 9 : वर्ष 1997 के अंत में किसी शहर की जनसंख्या 20,000 थी। इसमें 5% वार्षिक दर से वृद्धि हुई। वर्ष 2000 के अंत में उस शहर की जनसंख्या ज्ञात कीजिए।

हल : प्रत्येक वर्ष जनसंख्या में 5% की वृद्धि होती है, इसलिए प्रत्येक नए वर्ष की नई जनसंख्या होती है। इस प्रकार हम कह सकते हैं कि यह संयोजित रूप में बढ़ रही है।

© NCERT not to be republished

1998 के शुरू में जनसंख्या = 20, 000 (इसे हम प्रथम वर्ष के लिए मूलधन मानते हैं)

इसे दूसरे वर्ष के लिए मूलधन मान लीजिए।

$$5\% \text{ की दर से वृद्धि} = \frac{5}{100} \times 20,000 = 1000$$

$$\text{वर्ष 1999 की जनसंख्या} = 20000 + 1000 = 21000$$

$$5\% \text{ की दर से वृद्धि} = \frac{5}{100} \times 21000 = 1050$$

$$\text{वर्ष 2000 में जनसंख्या} = 21000 + 1050 = 22050$$

इसे तीसरे वर्ष के लिए मूलधन समझ लीजिए।

$$5\% \text{ की दर से वृद्धि} = \frac{5}{100} \times 22050 = 1102.5$$

$$\text{वर्ष 2000 के अंत में जनसंख्या} = 22050 + 1102.5 = 23152.5$$

$$\text{अथवा सूत्र की सहायता से वर्ष 2000 के अंत में जनसंख्या} = 20000\left(1 + \frac{5}{100}\right)^3$$

$$= 20000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} = 23152.5$$

इसलिए, लगभग जनसंख्या = 23,153

अरुणा ने पूछा, यदि जनसंख्या में कमी होती है तो क्या करना है। तब अध्यापक ने निम्नलिखित उदाहरण की चर्चा की।

उदाहरण 10 : एक T.V. ₹ 21,000 में खरीदा गया। एक वर्ष पश्चात् T.V. के मूल्य में 5% अवमूल्यन हो गया (अवमूल्यन का अर्थ है वस्तु के उपयोग और उम्र के कारण उसके मूल्य में कमी होना)। एक वर्ष पश्चात् T.V. का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल : मूलधन = ₹ 21,000

अवमूल्यन (कमी) = प्रतिवर्ष ₹ 21,000 का 5%

$$= ₹ \frac{21,000 \times 5 \times 1}{100} = ₹\ 1050$$

एक वर्ष के अंत में T.V. का मूल्य = ₹ 21,000 – ₹ 1050 = ₹ 19,950

विकल्पतः, हम इसे निम्नलिखित विधि से सीधे प्राप्त कर सकते हैं

$$\text{1 वर्ष के अंत में मूल्य} = ₹\ 21,000\left(1 - \frac{5}{100}\right)$$

$$= ₹\ 21,000 \times \frac{19}{20} = ₹\ 19,950$$

प्रयास कीजिए

1. ₹ 10,500 मूल्य की एक मशीन का 5% की दर से अवमूल्यन होता है। एक वर्ष पश्चात् इसका मूल्य ज्ञात कीजिए।
2. एक शहर की वर्तमान जनसंख्या 12 लाख है यदि वृद्धि की दर 4% है तो 2 वर्ष पश्चात् शहर की जनसंख्या ज्ञात कीजिए।

© NCERT not to be republished

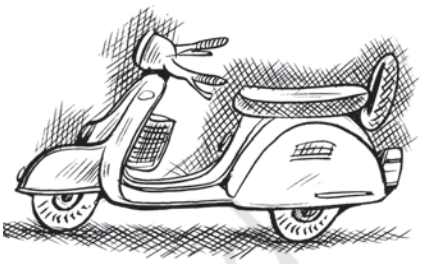
प्रश्नावली 7.3

1. 5% वार्षिक दर से बढ़ते हुए वर्ष 2003 के अंत में एक स्थान की जनसंख्या 54,000 हो गई। निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए :

(i) वर्ष 2001 में जनसंख्या

(ii) वर्ष 2005 में कितनी जनसंख्या होगी?

2. एक प्रयोगशाला में, किसी निश्चित प्रयोग में बैक्टीरिया की संख्या 2.5% प्रति घंटे की दर से बढ़ रही है। यदि प्रयोग के शुरू में बैक्टीरिया की संख्या 5,06,000 थी तो 2 घंटे के अंत में बैक्टीरिया की संख्या ज्ञात कीजिए।



3. एक स्कूटर ₹ 42,000 में खरीदा गया। 8% वार्षिक दर से इसके मूल्य का अवमूल्यन हो गया। 1 वर्ष के बाद स्कूटर का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हमने क्या चर्चा की?

1. अंकित मूल्य पर दी गई छूट **बट्टा** कहलाती है।

बट्टा = अंकित मूल्य – विक्रय मूल्य

2. यदि बट्टा प्रतिशत दिया हुआ है तो बट्टे का परिकलन किया जा सकता है। बट्टा = अंकित मूल्य का बट्टा प्रतिशत।

3. किसी वस्तु को खरीदने के बाद उस पर किए गए अतिरिक्त खर्चे क्रय मूल्य में शामिल कर लिए जाते हैं और ये खर्चे **ऊपरी खर्चे** कहलाते हैं। क्रय मूल्य = खरीद मूल्य + ऊपरी खर्चे

4. किसी वस्तु को बेचने पर सरकार द्वारा बिक्री कर लिया जाता है और इसे बिल की राशि में जोड़ दिया जाता है। बिक्री कर = बिल राशि का कर %

5. जी.एस.टी. माल और सेवा कर का संक्षिप्त रूप है। यह कर माल की आपूर्ति या सेवा या दोनों पर लगाया जाता है।

6. पिछले वर्ष की कुल राशि (A = P + I) पर परिकलित किया गया ब्याज चक्रवृद्धि ब्याज कहलाता है।

© NCERT not to be republished

नोट

© NCERT not to be republished